

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕХНОЛОГИЙ УПРАВЛЕНИЯ И ЭКОНОМИКИ**



УТВЕЖДАЮ

**Ректор Санкт-Петербургского
университета технологий
управления и экономики**

О.Г. Смешко
О.Г. Смешко
«30» сентября 2016г.

**ПРОГРАММА ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

**Санкт-Петербург
2016**

I. Общие положения

Поступающий должен:

Знать и понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;
- основные математические формулы и понятия;

уметь:

- выполнять действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение);
- переводить одни единицы измерения величин в другие;
- сравнивать числа и находить их приближенные значения;
- решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения;

- исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами;
- применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;
- пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;
- пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
- составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи.

Знания, соответствующие данной программе, позволят в дальнейшем студенту освоить математические дисциплины, входящие в учебную программу обучения по выбранному направлению.

II. Содержание программы

1. Основные понятия

Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс угла. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.

Функция, ее область определения и область значений. Возрастание и убывание, периодичность, четность и нечетность. График функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Линейная, квадратичная, степенная, показательная логарифмическая, тригонометрические функции.

Уравнение, неравенства, система. Решение уравнения, неравенства, системы. Равносильность.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.

Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.

Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.

Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральный и вписанные углы.

Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.

Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.

Цилиндр, конус, шар, сфера.

Равенство и подобие фигур. Симметрия.

Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.

Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.

Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.

Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.

2. Алгебра

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Свойства числовых неравенств.

Формулы сокращенного умножения.

Свойства линейной функции и ее график.

Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.

Свойства квадратичной функции и ее график.

Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.

Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.

Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.

Свойства показательной функции и ее график.

Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.

Свойства логарифмической функции и ее график.

Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму.

Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.

Свойства тригонометрических функций и их графики.

Понятие производной. Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

Возрастание и убывание функций. Экстремумы.

Применение производных к построению графиков функций.

Первообразная. Вычисление простейших интегралов.

Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур.

3. Геометрия

Теоремы о параллельных прямых на плоскости.

Свойства вертикальных и смежных углов.

Свойства равнобедренного треугольника.

Признаки равенства треугольников.

Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.

Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.

Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.

Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.

Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.

Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.

Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими,

выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.

Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.

Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

Теоремы синусов и косинусов для треугольника.

Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.

Свойства средней линии трапеции.

Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.

Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

4. Теория вероятностей и статистика

Случайная изменчивость, точность измерений. Случайные события, вероятности и частоты.

Математическое описание случайных явлений. Вероятности элементарных событий. Сложение и умножение вероятностей.

Элементы комбинаторики. Правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания.

Геометрическая вероятность.

Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия.

Случайные величины в статистике, закон больших чисел.

III. Литература

1. Алгебра. Учебник для 9 класса. Под ред. С.А. Теляковского, М: ОАО Московские учебники, 2010.
2. Алимов Ш.А. Ю.М. Болдин и др. Математика и начала анализа. Учебник для 10-11 классов. М.: Просвещение, 20011.

3. Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, и др. Геометрия. Учебник для 7-9 классов. М: ОАО Московские учебники,2010.
4. Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, и др. Геометрия. Учебник для 10 11 классов. М: ОАО Московские учебники,2010.
5. А.В.Погорелов Геометрия. Учебник для 7-11 классов. М: ОАО Московские учебники,2010.
6. Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров и др. Теория вероятностей и статистика. М: ОАО Московские учебники,2008.

VI. Критерии оценки вступительного испытания по математике

Для объективной оценки знаний поступающих, на вступительном испытании по математике, проводимом в письменной форме, оценивание осуществляется по 100 (стобальной) шкале.

Задания теста имеют различный оценочный балл.

Критерии и шкала оценивания:

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество баллов	4	5	5	6	8	10	12	15	15	20

Вступительное испытание по математике состоит из 10 заданий в тестовой форме.

Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания устанавливается на уровне 27 баллов.

V. Примерный вариант вступительного испытания по математике для поступающих по программам обучения направлений подготовки бакалавриата

- 1) (4б) В квартире, где проживает Екатерина, установлен прибор учёта расхода холодной воды. Первого сентября счётчик показывал расход 189м^3 , а 1 октября 204м^3 . Какую сумму должна заплатить Екатерина за холодную воду за сентябрь, если цена 1м^3 холодной воды составляет 16 рублей 50 копеек? Ответ дайте в рублях.
 А) 250 В) 255 С) 247,5 Д) 260
- 2) (5б) Найти значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$
 А) 35 В) 140 С) 1,75 Д) 28
- 3) (5б) Найти корень уравнения: $16^{x-9} = \frac{1}{2}$

A) 9,25 B) - 9,25 C) 8,75 D) - 8,75

4) (66) Средняя линия трапеции и высота трапеции равны соответственно 3 и 2. Найдите площадь трапеции.

A) 6 B) 5 C) 3 D) 12

5) (86) В треугольнике ABC угол A равен 40° , внешний угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

A) 142 B) 62 C) 82 D) 118

6) (106) Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,82. Вероятность того, что окажется больше 10 пассажиров, равна 0,51. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

A) 0,665 B) 0,82 C) 0,6 D) 0,31

7) (126) Найдите значение выражения: $\frac{2 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$

A) 1 B) 2 C) $\cos 61$ D) $\sin 29$

8) (156) В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD с основанием ABCD боковое ребро SA равно 5, сторона основания равна $4\sqrt{2}$. Найдите объём пирамиды.

A) 64 B) 16 C) 32 D) 96

9) (156) Найти наименьшее значение функции $y = (8 - x)e^{9-x}$ на отрезке $[3; 10]$.

A) 8 B) - 1 C) 9 D) 0

10) (206) Выяснить, при каких значениях параметра \mathbf{b} $(x_2; x_1) \in (-1; 1)$, где x_1, x_2 - корни уравнения $(\mathbf{b} - 2)x^2 + (\mathbf{b} + 3)x + \mathbf{b} + 6 = 0$?

A) $(-6\frac{1}{3}; -2\frac{1}{3})$ B) $(\frac{1}{3}; 2)$ C) $(-2\frac{1}{3}; 2)$ D) $(-1; 2)$

**Примерный вариант вступительного испытания по математике для
абитуриентов по программам обучения направлений подготовки
бакалавриата**

1. Билет на автобус стоит 20 руб. . Какое наибольшее число билетов можно купить на 100 рублей после повышения цены билета на 20%?

- 1) 5; 2) 4; 3) 6; 4) 3.

2. Вычислите $-19 \cdot 625^{1/4} + 17$

- 1) -78; 2) -112; 3) -458; 4) - 492;

3. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $45x - 8 = 64$

- 1) $(-\infty; -3]$; 2) $(-3; -2]$; 3) $(-2; 0]$; 4) $(0; 3]$;

4. Решите неравенство : $(5-x)(2x + 3)(x + 6) > 0$

- 1) $(-6; -1,5) \cup (5; +\infty)$; 2) $(-\infty; -6) \cup (-1,5; 5)$;
3) $(-\infty; -6) \cup (-6; -1,5)$; 4) $(-6; -1,5) \cup (-1,5; 5)$;

5. Укажите производную функции $f(x) = x^2 - \sin(x)$:

- 1) $f'(x) = x^2/2 + \cos(x)$; 2) $f'(x) = 2x - \cos(x)$;
3) $f'(x) = x^3 - \cos(x)$; 4) $f'(x) = x^2 - \cos(x)$;

6. Укажите область определения функции: $y = \sqrt{-2x-5}$

- 1) $(-\infty; -2,5]$; 2) $[-2,5; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2,5)$; 4) $(-2,5; +\infty)$;

7. Найдите корень уравнения: $3^{15-x}=1/27$

- 1) -18; 2) 18; 3) 9; 4) -9;

8. Найдите произведение корней уравнения: $\lg(x^2 + 1) = 1$

- 1) 9; 2) -9; 3) 3; 4) -3.

9. Шар весит 360г. Сколько граммов весит шар вдвое меньшего радиуса, сделанный из того же материала.

- 1) 20; 2) 180; 3) 45; 4) 90 .

10. При каких значениях a неравенство $25^x + 3a \cdot 5^x - 3a + 3 > 0$ выполнено при всех x ?

- 1) $(-2; 1]$; 2) $(-2; \frac{2}{3}]$; 3) $[\frac{2}{3}; 1]$; 4) $(-\infty; -2)$; $(\frac{2}{3}; +\infty)$